

令和 6 年度 【 学園研究費助成金＜ B ＞ 】 研究成果報告書

学部名 教育学部

フリガナ イトウ ジンイチ
氏 名 伊藤 仁一

研究期間 令和 6 年度

研究課題名 直観幾何学の研究と数学の面白さを伝える探究活動

研究組織

	氏 名	学 部	職 位
研究代表者	伊藤仁一	教育学部	教授

1. 本研究開始の背景や目的等 (200 字～300 字程度で記述)

昨今、最先端の数学の研究は極めて抽象化しており、学校教育の数学で扱える内容との乖離が大きくなっている。しかし、学校現場では探究活動が求められており、学校教育でも扱えるような数学の研究分野の開拓が望まれる。そのような分野の一つとして申請者は、ここ 20 年ほど毎年、研究会「直観幾何学」を開催して、その乖離を埋める研究分野の開拓を試みてきた。具体的な図形に関する問題で、学問的にも未解決問題にも繋がり意味のある研究を意識的に行ってきた。ここでは、直観幾何学の研究のみでなく、その成果を高等教育や中等教育の教材として扱う可能性を示すとともに、学校現場と連携して教材開発を行い、数学教育に役立てることを目指す。また、数学というと一般的には難しく敬遠されがちであるため、その面白さを伝える活動が必要である。

2. 研究の推進方策 (300 字程度で記述)

毎月の Zoom での研究会を続ける中で、直観幾何学といえるような中高の先生方の取り組みのレベルを向上させることに務めた。

堀尾先生、當房先生、宇治野先生等を訪問し、学校数学の中から直観幾何学と言えるような研究テーマに関して議論した。宇治野先生と共同研究で、日本教科内容学会で「作図ツール GC を用いて等積変形の授業実践とその発展」を発表した。

日本数学会の年会や総合分科会、または幾何学関連の研究会に参加し、多様な直観幾何学的な研究活動を広めることに努めた。

研究会「直観幾何学 2025」を例年通りに 3 月 1 日 2 日に開催予定である。梶山中高からは、市川先生が参加を予定している。

3. 研究成果の概要 (600 字～800 字程度で記述)

最大の成果は、「直観幾何学 2025」における中高の先生の発表が 3 件あり、一般からの発表が 2 件を予定している。個別の研究課題の一部に関して以下に述べる。

GC 活用研究会で扱われた中学生の課題「平面に与えられた三つの線分 AB, CD, EF に対して、新たな点 P を $\triangle PAB$, $\triangle PCD$, $\triangle PEF$ の面積が等しくなるように等積変形を用いて作図せよ。」に関して、その数学的背景と発展について議論し、2 つの三角形の面積が等しい点の軌跡は各頂点を通る直線で与えられるが、三角形の外側にもう 1 本あり、更に、空間まで広げると斜円錐になることが分かった。そのような点が、平面でも 4 点あり、空間にすると 12 本の曲線 (3 つの斜円錐の交線) となり、三線分の長さの比が、三角形の辺の比と一致するときは、4 点は内心と傍心になることが分かり、更に、元の三角形を一面とする等積四面体が 2 つ自然に構成された。更に、その等積四面体は等面四面体であり、空間内に無限に拡大していけることに確認した (宇治野との共同研究)。

球面楕円に関しては、離心率 1 だけは意味があるが、それ以外は楕円にならないことを確認した。円柱と球との交線や、円錐と球との交線がある放物線柱上に存在することを確認した。また、球面上の 2 点を見込む角が一定となる点の軌跡に関しても、その角度が直角となる場合は、球面楕円となることが確認できた。塩の作る幾何学に関しては、稜線の水平面への射影が楕円であるのみでなく、稜線自身のある平面上の楕円となることを確認した。しかし、稜線の水平面への射影が双曲線になる場合にも、稜線自体がある平面上の双曲線となることを確認した (當房との共同研究)。

以前、平面上の与えられた 2 線分を底辺とする 2 つの三角形の面積の和が一定とある末永ラインが考察したが、それを空間に拡張した末永サーフェースを考察した (堀尾との共同研究。)

4. キーワード (本研究のキーワードを 1 項目以上 8 項目以内で記載)

① 直観幾何学	② 等積変形	③ 球面上幾何	④ 探究活動
⑤ 動的幾何ソフト	⑥	⑦	⑧

5. 研究成果及び今後の展望 (公開した研究成果、今後の研究成果公開予定・方法等について記載すること。既に公開したものについては次の通り記載すること。著書は、著者名、書名、頁数、発行年月日、出版社名を記載。論文は、著書名、題名、掲載誌名、発行年、巻・号・頁を記載。学会発表は発表者名、発表標題、学会名、発表年月日を記載。著者名、発表者名が多い場合には主な者を記載し、他〇名等で省略可。発表数が多い場合には代表的なもののみ数件を記載。)

研究会「直観幾何学 2025」で堀尾先生の「末永サーフェース再考」、當房先生の「球面上の 2 次曲線、円周角の定理と塩のつくる峰と円錐の関係」、宇治野先生の「中学数学の等積変形から等面四面体へ～斜円錐と斜円錐の交線の考察～」という 3 つの講演において発表が予定されている。

昨年 6 月に RIMS 共同研究「部分多様体と離散化の幾何学」で「メビウスの帯の平均曲率と直観幾何学のいくつかの問題」というタイトルで講演をし、1 月に講究録の執筆をしたので、京都大学数理解析研究所の講究録として出版される予定である。

今後の展望としては、多くの直観幾何学と言えるような研究テーマの開発の継続が重要である。また、学校教育の教材から直観幾何学のテーマが生じたが、直観幾何学の学校教育における教材化も今後の課題であり、研究の継続が望まれる。