

令和6年度 【 学園研究費助成金< B > 】 研究成果報告書

学部名 現代マネジメント

フリガナ イイ マサル
氏名 石井 雅治

研究期間 令和6年度

研究課題名 深層学習の汎化性能における勾配の低複雑度干渉原理

研究組織

	氏名	学部	職位
研究代表者	石井 雅治	現代マネジメント	教授

1. 本研究開始の背景や目的等 (200字~300字程度で記述)

近年における深層神経回路網の学習（以下“深層学習”）の広範囲の成功の核は、データから自律的に高い汎化性能を達成することにある。特に、深層学習の基本である勾配降下のメカニズムの解明は、今日における機械学習の最も重要な課題の1つである。勾配降下において汎化性能に特に関与する力学的要因は、残渣の複雑度成分ごとの減少速度の違い（スペクトルバイアスともよばれる）であるが、これに関し従来研究では、非現実的な強い仮定の下での結果しかなかった。本研究は、この起源として、勾配の“低複雑度干渉原理”（2.で説明）を想定し、これを理論的に定式化して数値的に検証し、勾配降下のメカニズムを深く理解することを目的とする。

2. 研究の推進方策 (300字程度で記述)

本研究では、深層学習の勾配降下の力学において、汎化性能に最も関与する、残渣の複雑度成分ごとの減少速度の違いの起源として、“勾配の低複雑度干渉原理”を想定し、これを解析する。勾配の低複雑度干渉原理とは、勾配各成分を一種の波とみなしたとき、複雑度の低い波は干渉が大きく、高くなるにつれて小さくなることから、勾配の特異値分解による関数空間における特異値基底に関し、低い複雑度を大きな特異値に対応させるという原理である。本研究では、この原理を定式化して詳細に検討し、理論的研究があまり進んでいなかったこの対応の起源を明確化し、更にこの対応を利用して、早期停止が汎化能力の向上に有効であることの証明等に取り組む。

3. 研究成果の概要 (600字~800字程度で記述)

本研究は、特異値基底に関し低い複雑度が大きな特異値に対応することの起源として、勾配の低複雑度干渉原理を想定し、①これを理論的に明確に定式化し、②またその生成条件を明らかにし、③この生成条件が実際の系で成り立っているのかを数値的に検証し、④また成り立っているのであればその諸因子を複数の角度からデータとして視覚化することを当初の目標とした。現時点で、①に成功し、②について定性的結果が得られ、③、④は進行中である。そこで、①、②について概要を述べる。

①：勾配の特異値に関する基底成分を複雑度基底で展開すると、加算無限個の複雑度成分が得られる。本研究では、この各成分の2乗の累積和が半分になる複雑度を中央複雑度として基本概念として用いるが、複雑度は離散的な値とるので、数列を区分的連続関数とみなす変換を導入し、これを積分し、複雑度について連続な累積和を定義する。これにより中央複雑度を厳密に定義可能になった。まず、探索空間における勾配全体の中央複雑度によって、複雑度を低複雑度範囲と高複雑度範囲に2分しておき、2次形式の最大化によって Fisher 情報行列の固有ベクトルを求める際、低複雑度範囲側の寄与が、探索空間に依らず常に大きいことを以って、勾配の“増強-低複雑度干渉”が整合的に定式化できた。同様にして“減弱-低複雑度干渉”を定式化した。またこれらから上記の減少速度の違いを定性的に導出した。

②：低複雑度干渉がない勾配系は容易に構成できるので、これから逆に、低複雑度干渉が有る次の条件を示した。a. 勾配は十分多数の複雑度成分を含むが、この成分は速く減衰し、減衰特性はどの勾配成分についても概ね同様である。b. 勾配は目的関数の存在する低次元領域に有効部分を持つ。後者は低次元多様体仮説との関連を示唆し今後の課題として重要である。

4. キーワード (本研究のキーワードを1項目以上8項目以内で記載)

①深層学習	②勾配降下法	③汎化能力	④特異値分解
⑤低複雑度干渉原理	⑥波の干渉	⑦早期停止	⑧スペクトルバイアス

5. 研究成果及び今後の展望 (公開した研究成果、今後の研究成果公開予定・方法等について記載すること。既に公開したものについては次の通り記載すること。著書は、著者名、書名、頁数、発行年月日、出版社名を記載。論文は、著書名、題名、掲載誌名、発行年、巻・号・頁を記載。学会発表は発表者名、発表標題、学会名、発表年月日を記載。著者名、発表者名が多い場合には主な者を記載し、他〇名等で省略可。発表数が多い場合には代表的なもののみ数件を記載。)

勾配の低複雑度干渉原理から、勾配の特異値分解による関数空間における特異値基底に関し、低い複雑度が大きな特異値に対応することの定性的導出に成功した。今後、学習系に実際的な仮定においてより定量的な結果を理論的に導出したいが、困難な場合は数値的に整理した結果を出したい。この段階に至った時点で結果をまとめて論文アーカイブに投稿し、予算があれば国際学会誌に投稿または国際学会に発表を申し込む。

また、本研究と密接に関係し、この結果の一部を間接的にはあるが利用した研究を行い、次に発表した (印刷中、2025年3月出版予定)。

・石井雅治, 勾配降下における局所保存量と汎化誤差の関係, 社会とマネジメント, 2025, 22, pp.1-12.