

令和 6 年度 大学活性化経費 事業成果報告書

事業区分 研究力強化に関する事業（教員の国際的な学会発表）

申請組織 教育学部

申請組織長 役職名 学部長 氏名 磯部錦司

統括責任者 役職名 教授 氏名 伊藤仁一

課題名 国際研究集会「The 15th International Conference on Discrete Mathematics: Convexity and Graph Theory」で研究発表

事業組織	役割	氏名	所属・役職名	役割分担
	統括責任	伊藤仁一	教育学部・教授	研究発表

1. 事業開始の背景・経緯や目的等（200字～300字程度で記述）

統括責任者は、長年、直観幾何学と言われるような研究会の開催と、その研究を継続してきた。その一つの成果として得られた、平均曲率の 2 乗積分を小さくするメビウスの帯に関する研究と、直観幾何学のいくつかの問題（単位正方形で覆える最大の正四面体の予想や、単位正方形で覆える凸体の最大体積を決定問題や、表面積一定で体積最大となる錐体や、正多面体を見て回る最短軌道等）の紹介として、ブカレスト（ルーマニア）で開催される国際研究集会「The 15th International Conference on Discrete Mathematics: Convexity and Graph Theory」において、「Mean curvature of Moebius band and several topics of Intuitive geometry」というタイトルの研究発表を行った。

2. 事業方法（特色・独創性）等（300字程度で記述）

ブカレストの T.Zamfirescu 氏を訪問し、8月30日31日と凸体の幾何に関する研究打ち合わせを行った後、9月1日に上記の国際研究集会で講演をする。

1930年に M. Sadowsky は、2つのシリンダーを使用して、半径 1 の円柱 2つと半径 2 の 1 つの円柱を用いて可展面からできる（平らな紙で作ることができる）メビウスの帯を構成したが、その後、ほとんど忘れられていた。

3年ほど前の卒業研究で、椋山の学生（本田さん）が、同じ半径の円柱 3つを用いた可展面としてのメビウスの帯を構成し、M.Sadowsky のメビウスの帯より平均曲率の 2 乗の積分値が小さくなりそうなことを示した。それに端を発して、捻り数の異なるメビウスの帯に関しても、多くの予想をしたことの研究発表が中心である。

3. 事業の成果 (600字～800字程度で記述)

メビウスの帯の平均曲率に関する研究や直観幾何学に関する研究を発表することにより、更なる研究の進展が期待される。

可展面のメビウスの帯の平均曲率に関しては、M. Sadowsky の構成では、全ての円柱の中心線が水平になっていて考えやすいが、3つの円柱を同じ半径にするためには、円柱の中心線を傾ける必要が生じ、想像することが難しく、GeoGebra を用いることによって、構成することができた。円柱の中心線は2カ所で折れる折れ線をなしており、真上から見たときは正三角形状に見えるが、その1つの頂点では繋がっていない。ここで、帯の幅を2としたときに、M. Sadowsky の例では、平均曲率の2乗の積分値は約 5.88 であるが、本田の例では、その値は約 5.08 となっている。

更に、捻り数を多くしていったメビウスの帯の場合にそれぞれ、どのような状態が、平均曲率の2乗の積分値が小さくなるかについて調べ、それぞれに関して多くの予想を発表した。

直観幾何学と言えるいくつかの問題としては、以下のようなことを発表した。

単位正四面体は1辺の長さ約 1.6341 の正方形の紙で、正八面体は1辺の長さ $\sqrt{6}$ の紙で覆うことが可能である。また、単位正方形の紙で包める体積最大の凸体は辺の比が 2:2:1 の直方体ではないかとの予想に至った。等周問題等では最大体積ととることが多いより大きいことが分かり、直方体や正四角錐台のなかでは、辺の比が 2:2:1 の直方体が最大体積であることを示した。また、凸体という仮定を外すと、上記の直方体の短い4辺に、余った直角二等辺三角形の紙で包むことができる立体を付けることができ、これは、正方形の場合は **tea bag problem** とされる未解決問題の直角二等辺三角形の場合のある種の制限付きの問題とも言え、更に興味深い問題といえる。

他には、表面積一定で体積最大となる錐体や、正多面体を見て回る最短軌道等について講演した。

発表内容の多くの部分が、椛山のゼミ生の卒業研究から発展したものであり、本学の宣伝にもなったのではないかと思われる。直観幾何学の重要性を伝えるよい機会であった。

4. キーワード (本事業のキーワードを1つ以上8つ以内で記載)

① 直観幾何学	② メビウスの帯	③ 平均曲率	④
⑤	⑥	⑦	⑧

5. 事業の達成状況及び今後の課題 (事業の達成状況を踏まえて、課題、反省点、及び今後の取組みを具体的に記載すること。)

本事業での研究発表では、予想や問題が多く、今後、これらの予想に証明を与え、定理の形にすることが課題である。まずは、何らかの制限を付けた上での証明を与えて、その後一般化することを計画している。

また、今後も、直観幾何学と言えるような研究テーマを継続して見つけ続けることが重要である。そのためには、多くの数学者に興味を持ってもらい、いろいろな観点から、中高の数学の先生や一般の人が研究に関心を持つような研究テーマを集めることが必要である。

更に、学校数学における探究活動との関連付けも今後の課題と言える。