平成２３度　【大学振興会研究奨励補助】研究成果報告書

学部名　教育学部

ﾌﾘｶﾞﾅ　シライ　アキラ
氏　名　白井　朗

研究期間　平成２３年度

研究課題名　特異一階非線形偏微分方程式の形式解の分類について

研究組織

	氏　名	学　部	職　位
研究代表者	白井　朗	教育学部	准教授
研究分担者			
研究分担者			

１．本研究開始の背景や目的等（200 字～300 字程度で記述）

非線形偏微分方程式の形式解はいつも収束するとは限らない。発散する場合において、発散の度合いが必ず階乗のオーダーであることもまだ調べ尽くされていない。このようなことを研究することは、およそ 100 年前にマイエがある特殊な方程式で「発散の度合いは階乗のオーダーである」ことを提唱したことに端を発し、それを一般的な方程式に拡張することが現在まで研究テーマとして様々な研究者によって行われてきた。本研究は、申請者が大学院生の頃から取り組んでいる「特異一階非線形偏微分方程式」の形式解の発散オーダーの決定問題を継続するものであり、一般論を構築し、この研究に終止符を打つことが目的である。

２．研究方法等（300 字程度で記述）

申請者自身により研究が進められている「一般形をした」特異一階偏微分方程式の形式解の収束発散の特徴付けは、様々な付加条件の下で行われており、まだ完全な一般論には至っていない。線形の場合での関連する文献の調査や、関連する書籍から新たな手法を学び、一般論への適用を画策したり、研究内容の近い研究者とのディスカッションを通じて問題を解決していくなど、自らの手を動かして、溢れんばかりおアイデアを出して検討していくことが重要である。そのために特に必要不可欠な実験器具や機材はない。

３．研究成果の概要（600 字～800 字程度で記述）

　今回取り扱う「特異一階非線形偏微分方程式」の形式解の分類については、形を制限した中であればいくつかの結果はすでに得ている。残された方程式の型は残るだけの難しさがあるが、その中の１つの型である「冪零型特異一階線形偏微分方程式」の形式解の収束に関する研究を、具体例ではあるが名古屋大学名誉教授である三宅正武氏と研究し、3 次元空間上における典型的な例題において、形式解の収束性を示した。より具体的には、方程式

$$(y\partial_x - z\partial_y)u(x,y,z) = f(x,y,z) \in C\{x,y,z\} \quad \cdots ①$$

の形式解が収束するための $f(x,y,z)$ の条件を定めた。(y,z) 変数についてテイラー展開したものを、重みを付けた次数で分割し、その次数の偶奇によって解の構造を深く調べ、形式解が収束するための条件を与えた。一般に

$$(1 + y\partial_x - z\partial_y)u(x,y,z) = f(x,y,z) \in C\{x,y,z\} \quad \cdots ②$$

の形式解は発散し、y については 1、z については 2 のオーダーで発散することが知られている。①は②に比べ微分作用素に 1 がないだけだが、形式解が局所正則な関数 $f(x,y,z)$ でも収束することがあるという、とてもよい結果が得られることが目の当たりにできる例題である。この結果は、夏にポーランドのバナッハ・センター（数学の研究所）にて開催された国際学会にて発表し、またそれをまとめた論文を同センターの査読付き研究紀要に投稿済みである。

４．キーワード（本研究のキーワードを１以上８以内で記載）

①特異方程式	②冪級数解	③収束発散	④マイエ型定理
⑤	⑥	⑦	⑧

５．研究成果及び今後の展望（公開した研究成果、今後の研究成果公開予定・方法等について記載すること。既に公開したものについては次の通り記載すること。著書は、著者名、書名、頁数、発行年月日、出版社名を記載。論文は、著者名、題名、掲載誌名、発行年、巻・号・頁を記載。学会発表は発表者名、発表標題、学会名、発表年月日を記載。著者名、発表者名が多い場合には主な者を記載し、他○名等で省略可。発表数が多い場合には代表的なもののみ数件を記載。）

下記の原稿をポーランドの査読付きのジャーナルに投稿した。
M. Miyake and A. Shirai, Convergence of Formal Solutions of First Order Singular Partial Differential Equations, Banach Center Publication（投稿中）

進行形のものを含めて、現在までに行っている研究の1つに「モーメント関数」を用いる方法ある。これは、扱いが冪級数の場合と似通っている上に、発散解から収束解を作る所謂「ボレル総和法」においても、方程式をボレル変換しても方程式の形が変わらないという、とても使い勝手の良い性質を持っている。今後は「モーメント関数」をもちいて、一般的な形をした微分方程式の発散解の特徴付けをしていく予定である。