

平成21年度 【 学園研究費助成金< B > 】 研究成果報告書

学部名 現代マネジメント学部

フリガナ イイ マサル
氏名 石井 雅治

研究期間 平成21年度

研究課題名 カオス系の特異点分布における、特異点集積の非存在の数値的検証

研究組織

	氏名	学部	職位
研究代表者	石井 雅治	現代マネジメント学部	准教授
研究分担者			
研究分担者			

1. 本研究開始の背景や目的等 (200字~300字程度で記述)

非線型常微分方程式における解の特異点分布が、カオス状態と深く関連していることが指摘され、そのフラクタル性に関し解析的な研究もなされている。

しかしながら、従来の特異点分布の研究は、系の挙動と直接には関連しない形態学的なものであった。また、我々の理論研究により、従来の研究が示すフラクタル的自然境界や特異点集積はみせかけのものに過ぎず、実在しないことが予想されている。

本研究は、この予想を数値実験によって確認し、更に、カオス状態と特異点分布との間に形態学以上の関連を捉えようとするものである。

2. 研究方法等 (300字以内で記述)

i 2自由度 Hamilton 系に関し、解の特異点分布を数値的に決定可能なコンピュータプログラムを開発する。

ii 解の特異点分布に関して、我々の理論研究が予測する Riemann 面の構造が存在する。この予測を利用し、上記のプログラムに、Riemann 面の葉を分岐特異点から切断する機能を付加し、局所的な Riemann 面の葉の交叉を除去する。

iii 局所的な Riemann 面の葉の交叉を除去した数値実験の結果を詳細に検討し、従来の研究が示す、自然境界や特異点の集積がどのような意味を持つものであるかを検証する。更に、この検討を通して形態学以上の知見が得られるかを分析する。

3. 研究成果の概要 (600字~800字程度で記述)

本研究において開発された、数値実験のためのコンピュータプログラムが、完成・納品されたのは、平成21年12月の終わりである。平成22年2月の現段階は、そのテストの途上にある。計算誤差の挙動やくせ等をよく掌握する必要がある、明確な結果は得られていない。また、1回の解析接続に1日以上計算時間を要するので、検証に足る十分な結果の蓄積もない。

このような中、とりあえず、拡張ヘノンハイレス系について、プログラムを実行し解の複素時間平面(正確には、或る Riemann 面の葉)における特異点分布を観察した。この結果、特異点が集まる傾向は見られるものの、集積点と見做し得るものは観測されていない。また、フラクタル的な自然境界も観測されていない。我々の理論的予想がやや有力であるようにみえる。ただし、この観測結果は上記の現状の下でのものに過ぎず、またプログラムのバグの可能性もあり、確定的なものではない。

他方、本研究では、この数値実験の観察と平行して、系の挙動と特異点配置を結び付ける理論的研究が必須であるところ、その一部に進展があり、次を証明することができた。ここで、最小分母解消とは、与えられた近傍で、常微分方程式系の最小の分母をはらうことによって、有理型特異点集合を解消して得られる常微分方程式系のことである。

a. 元の解が動く真性特異点を持つことと、最小分母解消による流れが、方程式特異点集合を通過せず、元の解の或る点列の収束先が最小分母解消において非固定点にとれることは必要十分。

b. 系が時間発展と可換な有理型の対称性を持つ場合、この対称性の流れが有限多価であり、点を方程式特異点集合から脱出させるとき、解は動く有限多価の分岐点を持つ。

この理論的成果については、5.の研究成果として公表の予定である。

4. キーワード (本研究のキーワードを1以上8以内で記載)

①カオス	②動く特異点	③特異点分布	④Painlevé 特性
⑤可積分	⑥特異点の集積	⑦数値的解析接続	⑧

5. 研究成果及び今後の展望 (公開した研究成果、今後の研究成果公開予定・方法等について記載すること。既に公開したものについては次の通り記載すること。著書は、著者名、書名、頁数、発行年月日、出版社名を記載。論文は、著書名、題名、掲載誌名、発行年、巻・号・頁を記載。学会発表は発表者名、発表標題、学会名、発表年月日を記載。著者名、発表者名が多い場合には主な者を記載し、他〇名等で省略可。発表数が多い場合には代表的なもののみ数件を記載。)

■ 研究成果

石井雅治, 常微分方程式系の特異点と解の特異点II, 社会とマネジメント, 2010, 7 (2), pp.1-pp.11.

■ 今後の展望

1. 数値実験プログラムの計算誤差の挙動やくせ等を十分掌握し、拡張ヘノンハイレス系について、解の特異点分布が、集積点やフラクタル的な自然境界を持たないことを十分な精度で検証し、これを海外論文誌に発表する。

2. 無限多価特異点の分布と系の挙動との関係を、数値実験プログラムを利用して半数値的に考察し、その結果をまとめて海外論文誌に発表する。